

Research

ПЛАТОН И ИДЕИТЕ СРЕЩУ ТЕТЕТ И МАТЕМАТИЧЕСКИЯ ПОДХОД В ТЪРСЕНЕ НА ЗНАНИЕТО

Лъчезар П. ТОМОВ

Нов Български Университет – София

Abstract. In the present paper, we propose a novel thesis for the role of mathematics in the dialogue *Thaetetus* by Plato, and for the reason he chose young *Thaetetus* as the main opponent in it. Plato attack the inapplicability of the main method of mathematics to search for knowledge by using it against itself in order to demonstrate its insufficiency to answer to main philosophical questions. Plato sees his theory of forms as opposite to the method of reduction, used by mathematicians in his days. The reasons for this insufficiency lies in the indivisibility of ideas. For our thesis the discussion on the mathematical example *per se* is not deciding; it is sufficient to show that it is related to the nature of the recursive mathematical procedure.

Keywords: Plato, *Thaetetus*, mathematics, knowledge, recursion, analysis

Увод

Диалогът *Теетет* на Платон е интензивно изучаван, заради основополагащата си роля в изграждането на ролята на формите в теория на познанието и метода, по който то се добива. Това е втори по дължина диалог след *Държавата* и *Закони*, като е кръстен на забележителния древногръцки математик *Теетет*, който въз основа на диалога се предполага, че е откривател на теория на ирационалностите, изложена в книга X на „Елементи“ на Евклид. След десетилетия проучване от Bostock (1991), Burneyat (1978; 2000), Ofman (2014), Brisson & Ofman (2020), остава въпросът защо диалогът е кръстен на Теетет и защо той е основен опонент в диалога. Теорията на ирационалното е от особено значение за концепцията на Платон за познанието – той дава ирационалните числа като пример за граница на познанието в *Менон* и като граници на възможностите на математическия метод за търсене на познание. Създаването на теория на ирационалните величини, която обяснява ирационалните чрез рационални количества изисква отговор от Платон – достатъчен ли е математическият метод в общия случай, за търсене на философско познание? Достатъчно ли е изброяването, логосът? Диалогът *Теетет* според нас е написан в отговор на тези въпроси и на постиженията на античната математика.

Геометрията и Платон

Платон е изисквал от своите ученици в Академията да изучават геометрия, за да се подготвят за разсъжденията си по философия. В *Държавата* се твърди, че геометрията трябва да се изучава 10 години, между 20 и 30 годишна възраст. Тя е защитена на базата на това, че подготвя ума да борови с идеи, защото се занимава с вечно съществуващото (Платон, 1975; *Държавата*, 527a; 527b). В по-късни диалози като *Теетет* Платон се връща към геометрията и нейните методи,

като ги използва за отправна точка на своето изследване какво е знание. В диалога *Менон* е даден пример с удвояването на квадрата (удвояване на площта му), при което се търси неговата страна. Тезата в *Менон* е, че знанието е припомняне, а демонстрацията на това припомняне е математическият пример. Сократ използва един роб, т.е. необучен човек, за да го поведе по пътя на дедуктивните разсъждения в търсене на онова цяло число, което би дало удвоения квадрат и до довежда до противоречие. Квадратът с лице осем стъпки има страна по-голяма от две стъпки и по-малка от четири стъпки, но единствената възможна целочислена дължина – три стъпки, дава лице от девет стъпки. Така робът е принуден да признае, че не знае нищо (Менон, 1982). Математическият пример е в подкрепа на нашата теза, че припомнянето е *метафора* на дедуктивните разсъждения – при тях ново знание не се създава в процеса на извличане на частното от общото. Математическите доказателства са дедуктивни и Платон дава чрез Сократ именно такъв пример – доказателство чрез свеждане до противоречие. Това е конкретен пример на общото доказателство за ирационалност (или несъществуване като число според античните разбирания) на диагонала на квадрата. Това е и границата на приложимост на дедуктивния подход и като цяло на математическия подход към истината според Платон. Създаването на теория на ирационалностите от Теетет, която свежда ирационалните величини до рационални, е предизвикателство спрямо тази теза на Платон. Това е причината според нас той да озаглави диалога си *Теетет* и да постави младия математик за основен опонент в него.

Събеседникът му в *Теетет* не е случаен човек, той е блестящ геометър, умрял млад във война, комуто Платон посвещава диалога и в него неявно го оприличава на Сократ. Теетет е въплъщение на математическия подход към знанието, рационалистичния подход, който Платон атакува в диалога, затова е и негов опонент. Платон атакува

представите на софистите за знанието, като усещане – „*човекът е мярка на всички неща*“ на Протагор и субективността на познанието, което е несъвместимо с теория на формите на Платон. Този аспект на диалога е подробно изследван. Платон атакува не само тезиси, но и методи за достигане до истината в *Теетет*, методи, произлезли от математиката, поради което главният му опонент е най-големият математик на неговото време. Той атакува и метода за търсене на познанието, използван от математиците като недостатъчен. До известна степен Платон го смята за противоположен на собствената му концепция за идеите, като неделими същности, които могат да бъдат схванати само в цялост.

Разграничаването на математическия подход и диалектиката, той прави в „Държавата“ (Платон, Държавата, Шеста книга, (510c-510d) (Държавата, прев. Александър Милев):

[С]мятам, че ти знаещ, какво хората, които се занимават с геометрия, аритметика и други подобни науки, си служат с четни и нечетни числа, с фигури, с три вида триъгълници и с други подобни неща при всяко изследване. Като вземат тия изходни положения, те не намират за необходимо да дават някакви обяснения повече нито за себе си, нито за другите, понеже тия неща са ясни за всички. Като излизат от такива положения, те изследват вече останалите неща и завършват резултатно това, към което са насочили своето изследване.

Това е подходът, който характеризира математическото мислене, намерил отражение и в съчиненията на Декарт (Декарт, 1978) и на Паскал (Pascal, 2015). Опирайки се на понятия, които са толкова ясни, че не се нуждаят от определяне като числото и пространството и стъпвайки на

избрани постулати, математиците следват пътя на дедукцията или на „припомнянето“ и с помощта на *разсъдъка* достигат до своите резултати. Използването само на разсъдъка има ограничения според Платон:

[Т]ози именно вид аз наричах постиган само с ума и казвах, че душата е принудена да си служи с предположения за неговото изследване, без да се насочва към началото, понеже не е в състояние да отиде по-далече от предположенията, но се ползува от самите образи, които се отпечатват на земните предмети, и с това, което в сравнение с другото се явява като по-ясно и като такова е на почит (511a-511b)

Първоначалата (елементите), ползвани от математиците, произлизат от идеите в теорията на Платон и според него диалектиката, която борава директно с тях може да достигне по-надалеч, отколкото математическият подход може даде:

[У]знай сега и другата част от мислимото, за което аз говоря, и до която се докосва разумът чрез силата на диалектиката. Той прави предположенията не като начални, но като действителни предположения, т.е. като стъпала и опори, за да стигне до непредполагаемото, до началата на всички неща; като докосне това начало и като се придържа към всичко, с което то е свързано, разумът стига до заключение, без да си служи по някакъв начин с нещо чувствено, но си служи само с идеите в техните взаимни връзки и завършва с тях (511b-511c).

Търсенето на първоначалата, което геометрите правят, е проява на разсъдъка; Намирането им в последна сметка е невъзможно за него, но те

могат да бъдат осмислени от ума. Така основният подход за търсенето на познание в геометрията е недостатъчен. Това е основната теза на Платон, за същностната разлика между *осмислянето* и *изброяването* и около нея е изградена втората част на диалога *Теетет*, започваща от примера с ирационалностите.

[И]зглежда, ти искаш да определиш съществуващото и мислимото по-ясно чрез знанието на диалектиката, нежели чрез така наречените изкуства, при които предположенията са начала, и затова тия, които наблюдават, трябва да съзерцават мислимото и съществуващото с разума, а не с чувствата, като в изследванията си не стигат до началото, а остават в областта на предположенията и според тебе не ги овладяват с ума, макар по начало да са мислими. На мене ми се струва, че ти наричаш разсъдък не ума, а способността на тия, които се занимават с геометрия, и способността на подобните на тях. Разсъдъкът пък заема средно положение между мнението и ума (511d).

В изследванията си диалектикът не може да стигне до началото, защото идеите са неделими. Това води до оставане в сферата на предположенията, до онази вечна незавършеност на търсенето на правилните дефиниции в диалозите на Платон.

Логосът и непознаваемото

Теетет: Така поставен, въпросът сега ми се вижда лесен, Сократе. Но, изглежда, повдигнатият от тебе проблем е подобен на оня, който наскоро възникна в един наш разговор между мене и ето този твой съименник Сократ.

Сократ: Какъв проблем, Теетете?

Теетет: Ето този Теодор ни обясняваше на чертеж нещо за четириъгълниците, които се разтягат в три- и петфутови отсечки, и доказваше, че те не се съизмерват по дължина с квадрата със страни от един фут. И така, вземайки за пример нови квадрати един след друг, той стигна до седемнайсетфутови отсечки. И там спря. Понеже броят на квадратите очевидно е безкраен, на нас ни хрумна тогава следното- да се опитаме да ги сведем до един, с помощта на който да можем да изразим всички.

Сократ: Е, и открихте ли такъв?

Теетет: Според мене, да. Прецени и ти!

Сократ: Кажи!

Теетет: Разделихме всички числа на две. Тези, които могат да се делят на равни, оприличихме по вид на квадрат и нарекохме равностранни.

Сократ: Това добре.

Теетет: А числата между тях, и тройката, и петицата, и всички, които не се делят на равни, а винаги на по-голямо и малко или обратно, и които трябва да се представят от фигура с по-голяма и по-малка страна, тях оприличихме по вид на правоъгълник и нарекохме правоъгълни.

Сократ: Прекрасно. И какво следва нататък?

Теетет: Всяка отсечка, която при построяването на квадрат върху нея, се оказва, че се подчинява на равностранно число и повърхност, определихме като дължина. А отсечките, които дават разностранно число, определихме като особен вид стойност, са понеже са съизмерими с другите не по дължина, а само по повърхността, която образуват. По подобен начин може да се постъпи и с телата с обем.

Сократ: Съвършено, деца мои. Според мене Теодор никога няма да бъде обвинен в лъжесвидетелство (Теетет, 147с-148b, прев. Б. Богданов).

За какво говори в началото Теетет - за ирационалните числа и квадрата на диагонала, за несъизмеримостта и как е използван традиционният метод на математиците за разрешаване на проблема. Проблемът за мярката е подробно описан от нас в едноименната статия, която влезе в книгата История на математиката.¹⁾

Числата при Питагор са разглеждани като мярка на всички неща. Измерването на дължини, лица и обеми се е свеждало до броене. Ако една отсечка е дълга малко повече от един метър, изобретяваме сантиметъра и новото измерване дава 104 см. Ако и това не е точно, въвеждаме още по-малка мярка – милиметъра и т.н. Вярвало се е, че всички отсечки са измерими, т.е. съизмерими с някаква единична отсечка, взета за мярка (колкото трябва малка). Това би позволило да се представи отношението на всеки две отсечки като обикновена дроб $3/2$, $4/5$ и т.н. Учениците на Питагор откриват, че това не е вярно за диагонала на квадрата. При опита да се съизмери диагоналът със страната на квадрата, т.е. да се изрази тяхното отношение като отношение на цели числа, се получава израз от този тип (подробно описано в книгата):

$$\frac{b}{a} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\dots}}}}}}$$

(1)

Това е ирационално число, то не може да се представи като отношение на две цели числа. Това число е *непознаваемо*, защото не може

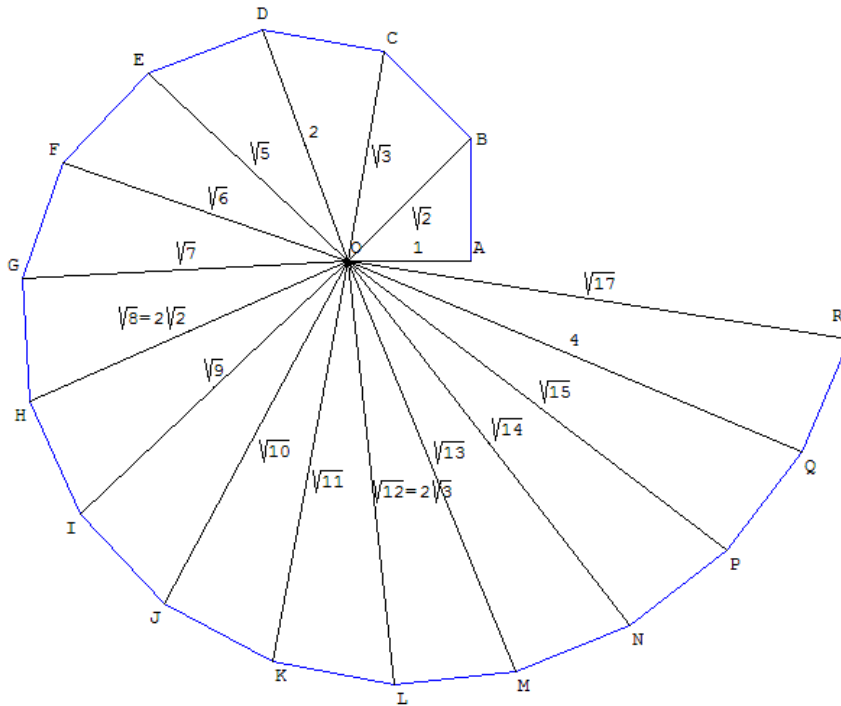
да бъде изчислено *чрез краен брой действия*. И в *Теетет* и в *Менон* Сократ дава примери, основани на този проблем. Теодор от Кирена е математик, който създава известната спирала (Фиг.1) (Гочева, 2019). Алтернатива на тази реконструкция и нейната роля дават (Bresson & Ofman, 2020; Ofman, 2014), но за нашата теза това не е от значение. Ние не твърдим, че Сократ посочва грешка в изводите по отношение на самия пример на Теодор или аргументите на Теетет, а, че атакува възможностите на *самия метод*, по който те достигат до истината. Ние предпочитаме тази конструкция поради нейната простота. Спиралата се състои от последователно наслагване на правоъгълни триъгълници, единият катет от които е винаги 1 (външният), а другият катет е хипотенузата на предишния триъгълник. Така по теоремата на Питагор (2) се получават следните зависимости

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 1^2 + 1^2 &= 2 \Rightarrow c = \sqrt{2} \\ 1^2 + \sqrt{2}^2 &= 1 + 2 \Rightarrow c = \sqrt{3} \\ 1^2 + \sqrt{3}^2 &= 1 + 3 \Rightarrow c = \sqrt{4} = 2 \\ 1^2 + 2^2 &= 1 + 4 \Rightarrow c = \sqrt{5} \end{aligned} \quad (3)$$

Според Ван дер Варден (Van der Waerden, 1961) Теодор е спрял до 17 триъгълника (половинки от построени с линейка и пергел квадрати) по естетически причини, тъй като доказателствата за ирационалност използват пропорции и за числото 19 са нужни цели шест уравнения, а и за да запази спиралата да не се пресече сама. Това, което Теетет говори в текста за три и пет-футови количества, отговаря на лицата на квадратите, които могат да се построят върху хипотенузите. Самата теорема на Питагор е доказана в *Елементи* на Евклид чрез построяване на квадрати върху трите страни на правоъгълния триъгълник, давайки буквално

значение на (2) – квадратите на страните са всъщност лицата на квадрати, построени върху тях.



Фигура 1. Спиралата на Теодор

За това има сериозна причина – тъй като ирационалните числа, сега познати като квадратни корени като $\sqrt{2}$, повдигнати на квадрат, дават рационални числа, които са *познаваеми*. Броят на квадратите, които са цели или рационални числа, е безкраен, както отбелязва и Теетет, т.е. методът на Теодор от Кирена не е практичен. Затова те разделят числата на два вида - квадрати a^2 като 4, 9, 16, 25 и останалите числа, които могат да се представят като произведение на две други числа $a \cdot b$. В случая, когато са прости, като 3 и 5, те са 3.1 и 5.1, а в другите ситуации могат да се разложат като произведение на два множителя, както $12 = 4 \cdot 3$. Това са

дължините на страни на правоъгълник. Числата, които са квадрати, като 4, 9 и т.н. са съизмерими със страни цели числа като 2, 3 и т.н. Така квадратите с целочислена (или рационална) площ a^2 , b^2 се съизмерват и по страните си a , b , но не и правоъгълниците, като 4.3, на които не отговаря квадрат с рационална дължина (т.е. няма число, което на квадрат да дава 12). Числото, което на квадрат дава 12 е от типа на (1) – безкрайна верижна дроб, *непознаваемо* число. Правоъгълните числа като 3.1 и съответните геометрични фигури заместват квадратите с несъизмерими страни $a^2 = 3$, или $a^2 = 5$. Така квадратите трифутови и петфутови лица могат да бъдат сведени до фигури със страни, които са цели числа и така нещо, което може да бъде познато геометрично, може да бъде познато и аритметично.

Използваната дума $\deltaύναμις$ на гръцки има значения, свързани със „способност“, „умение“, „сила“ и най-вече „мощ“ (от глагола „мога“), защото отразява способността да разбираме числата, да съизмерваме. В случая можем да съизмерваме фигурите по техните страни, ако са квадрати (отговарящи на квадратни числа, с площ равна на тях) и по техните площи, ако са правоъгълници (отговарящи на правоъгълни числа като 12, с площ равна на тях). Съизмерваме фигурите по тяхната $\deltaύναμις$, по тяхната „сила“ (площ), която има своята познаваема мярка. Двусмислието при превода идва от това, че при квадрат с лице $S = 3^2$ и лицето 9, и страната 3 са познаваеми и имат своята „сила“. Тази сила е свързана както с познаваемостта, така и със стойността на числото, защото повдигането на степен увеличава целите числа.

Употребата тук на думата $\deltaύναμις$ е в частично съответствие с употребата в 10-а книга на Евклид (Евклид, прев. В.Чуканов, 1972), където при нашия превод е „в степен“.

В съответния гръцки текст, обаче се използва друг термин – тетрагон (Euclid & Fitzpatrick, 2007). Тук Платон използва специфичен

термин, за да отрази познавателния смисъл на изчислението и влиянието, което то има върху философията. Както Димка Гочева обръща внимание (Гочева, 2019), в предполагаемия последен негов диалог *Епиномис* с δύναμις се означават небесните сили – божествените небесни тела, планетите. Питагорейската комбинация от математика, философия и религия, която обожествява произхода на математическия ред, като дело на разум, изобразява планетите като божества (Томов, 2020) заради регулярността в тяхното поведение, *космоса*, който образуват. Те са висшите сили на познанието, с което употребата на понятието δύναμις спрямо тях се свързва и с употребата му в *Теетет*, като изразяващо сила, способност за опознаване на числата.

Това е оригинален философски прочит на геометрията и проблема за съизмеримостта. Изложеното в глава X на *Елементи* на Евклид отговаря на решението на задачата, което Теетет предлага в едноименния диалог. Правите са съизмерими в степен, ако при повдигане на съответната степен (в случая втора степен – повдигане на квадрат) те дават цели или рационални числа, дори самите те да не могат да се изразят по този начин. Тъй като тези количества са представени геометрично, това означава да се построят съответните квадрати върху тях и да се намери по-малък квадрат, който се помества цял (но различен) брой пъти и в двата квадрата. Геометризацията на математиката е с цел да се избегнат ситуации като в (1), където за определянето на ирационално количество е нужен безкраен брой съизмервания (операции).

Изброяването и йерархията

Теорията на ирационалните количества в книга X на *Елементи* свежда ирационалните количества до рационални през площи и обеми на фигури чрез логос (изброяване) – свеждане на непознаваемото до познаваемо. Основният подход в математиката за създаване на знание е

чрез рекурсия – неизвестното се свежда до известното, което позволява теорията да се извежда от малко на брой първоначала (елементи). Създаването на правоъгълници със съизмерими на един фут страни, които да бъдат равни на квадрати с несъизмерими страни, е точно такава процедура. Сократ дава пример чрез тази теория как математическото знание е истинно мнение с обяснение на смисъла „*meta logou alêthê doxan*“. Това понятие в диалога е именно тази рекурсивна познавателна процедура с достигане до първоначалата (елементите), на която е изразител Теетет:

„да се опитаме да ги сведем до един, с помощта на който да можем да изразим всички“ (147e).

Опитът за съизмерване на величини е в ядрото на самата същност на математиката – свеждането на система от понятия до няколко основни начала, дефиниции и аксиоми, рационалистичният подход, залегнал по-късно и в Нютоновата механика, изградена върху три закона. Неуспехът на това съизмерване е пример за знание, което не е изброяване на елементите, защото те не могат да бъдат изброени. Свеждането на разума до *ratio* е всъщност зад дефиницията на Теетет за „*истинно мнение с обяснение на смисъла*“.

Първоначалата, обаче, нямат свое „обяснение на смисъла“ (изброяване) и следователно не са познаваеми по тази дефиниция. Рационалистичният, математически подход, при който цялото се опознава чрез частите си и системата чрез елементите си, има съществено ограничение според Платон. Това е пряко свързано с понятието „идея“, която е неделима. Самото понятие *λόγος* означава не само говорене, но и разсъждение, тъй като идва от *λέγω*, което означава „подреждам“, „организирам“, „броя“, „смятам“, „избирам“, „обяснявам“.

На български изглежда странно, че и математическите науки биха могли да бъдат поставени във връзка с "речта". Но Платон оперира с думата *lógos*, която е с много широк диапазон. Тази дума принадлежи към глагола *légō*, чието основно значение е "събирам, избирам", откъдето "смятам, броя" (срв. също на български остар. и диал. "чета=броя") и по-нататък "разказвам" и "говоря" (срв. на латински *lego*, "чета" от същия корен). Така и *lógos* не означава само "реч, разказ, дума, слово, говорене и под.", но и това, което е всъщност първичното - "смятане, разсъждение, съображение, обяснение", по-нататък "правило, принцип, закон" и пр. и пр. в противовес на "действителността", *érgon* "дело, работа". Георги Михайлов, бележки към преведения от него диалог на Платон Горгий (Горгий, 450 е, бел. 7, Диалози, том II, с. 576).

Идеите на Платон са именно отговор на границите на познанието по рационалистичния път и приемане на дадени априори истини, които не могат да бъдат изведени от други. Поради това по пътя на математическата процедура и диалектиката (която е част от нея – *reductio ad absurdum*), Сократ и Теетет достигат до определение за знанието, което включва самото знание: „Правилно мнение със знание за различното“.

Това е и целта на Платон – да се достигне до кръгово определение, с което да се демонстрира, че знанието само по себе си не може да се обясни, като се разгледат неговите части, като се приложи подходът за свеждане до първоначала (елементи). То е идея (*εἶδος*).

Изброяването и смисълът

Понятието *meta logou* е свързано с изброяване, до което всяка рекурсивна процедура се свежда. Вървенето назад, или анализът на Пап Александрийски, обаче не е „обяснение на смисъла“ (Пойа,1972):

[В] анализа започваме от това, което се търси, като предполагаме, че го имаме и извличаме заключения от него и следствия от следствията, докато стигнем момент, който можем да използваме като изходен пункт в синтеза. Наистина, в анализа приемаме, че онова, което иска да се направи, е вече направено (което се търси – е вече намерено, което трябва да докажем – е вярно). Проучваме от какво преди него би могъл да се получи исканият резултат; след това отново проучваме какво би могло да предхожда този предходен резултат и т.н., докато, като преминаваме от предходен в по-предходен, стигнем в крайна сметка до нещо вече познато или прието за вярно. Този метод наричаме анализ, или решение отзад-напред, или регресивно разсъждение.

Смисълът е неделим, той е *идея*, той не може да бъде обяснен по този път. Логосът е аналитичният подход, който стига в хода назад до първоначалата, които не могат да бъдат разчленени повече. Основната теза в *Теетет* е, че има неделими неща, идеи, като сричките, с които се дава пример. Именно защото техният смисъл не може да се изведе от частите им, определението за знание в *Теетет* не включва „обяснение на смисъла“. Нужен е друг превод, свързан с изброяване (*анализ* е по-късно понятие). Доказателство за този начин за разбиране на израза идва от описанието на съня на Сократ веднага след даването на дефиницията:

„Сократ: Чуй тогава моя сън, наместо твоя. Защото на мене също ми се струваше, че чувам от едни хора, че така да се каже, основните елементи, от които се състоим ние и останалите неща, не се поддават на обяснения. Всеки един можел да се назове сам по себе си, но нищо друго не било

възможно да се каже за него в добавка, нито, че съществува, нито, че не съществува. Защото това би означавало вече да му се добавя битие или небитие. А не трябвало да се добавя нищо, ако човек говорел единствено за този елемент. Впрочем не трябвало да се добавя нито „самия“, нито „онзи“, нито „всеки“, нито „единствено“, нито „този“, нито ред други определения. Защото тези определения били блуждаещи и се отнасяли към всичко като нещо, различно от онова, към което са добавяли. А ако било възможно да се говори за подобен елемент и той имал свой собствен смисъл, трябвало да се говори без намесата на всичко останало. При това положение било невъзможно да се обясни с думи което и да е от първоначалата - те могли единствено да се нарекат и да имат само име. Докато съставените от първоначалата неща по същия начин, както са сплетени от елементи, така и сплитането на имената им представлявало обяснение – същността на обяснението била сплитането на имена. По този начин именно основните елементи се оказват лишени от смисъл и непознаваеми, но можещи да се усетят, докато слоговете били познаваеми, обясними и допускащи да се преценят с истинно мнение. Та когато някой достигнал до истинно мнение за нещо, без обяснение на неговия смисъл, душата му владеела истината за това нещо, но без да имала познание. Защото човек, който не бил в състояние да даде или да възприеме обяснението на смисъла на едно нещо, нямал знание за него. В случай, че се сдобил с подобно обяснение, той ставал знаещ във всичко това и достигал до пълното знание. Ти това ли си чул насън, или нещо друго?“(202а-с)

Това е описание на метода на работа на античните геометри, образец на който е „Елементи“ на Евклид. Веднага след даването на определение за знание, Сократ описва свеждането на знанието до анализа и синтеза. Анализ, който се опира на абстрактни понятие, на които не бива да им се придава нито битие, нито небитие, които нямат свой смисъл (точката, която няма части). Абстрактността се описва от пасажа: *„Защото тези определения били блуждаещи и се отнасяли към всичко като нещо, различно от онова, към което са добавяли“*. Анализът, като разглобяване до елементи, които или нямат свой смисъл, или имат такъв, взети само отделно от другите е есенцията на този подход на античните геометри (сравнете смисъла на думата „разобратъ“ на руски език, означаваща и разглобяване, и разбиране, но и вземане на всяко нещо поотделно, само за себе си.). Следващата част, синтезът, това е сплитането на елементите в слогове и смисълът, който се появява като сглобяване обратно на разглобеното – *„същността на обяснението била сплитането на имена.“*. Идеята за познавателни системи, при които основните елементи са непознаваеми (точките, правите и равнините на Хилберт или Евклид), но те самите дават знание, е в основата изобщо на математическата наука. Сравнете цитирания по-горе пасаж от Теетет с този от книгата на именития математик Ричард Курант (Courant & Robbins, 1947):

[В] течение на векове математиците разглеждаха своите обекти като числа, точки и прочие, като субстанциални неща в себе си. Понеже те не се поддаваха на точно описание, математиците от деветнадесетия век постепенно разбраха, че въпросът за смисъла на тези обекти като субстанциални е безпредметен в математиката, ако не и въобще. Единствените смислени твърдения за тях не се отнасят до тяхната субстанциална реалност; те само изразяват математически

релации между „недефинирани обекти“ и правила за действия с тях. Какво са „всъщност“ правите, числата и прочие, не може и не трябва да се обсъжда в математиката. Това, което съответства на „проверим“ факт, като например, че две точки определят една права, че числа, комбинирани по известни правила, дават нови числа и т.н., е структура и отношение. Ясното разбиране на необходимостта за диссубстанцииране на елементарните математически понятия бе един от най-важните и плодотворни резултати на съвременното постулативно развитие.

Ако се абстрахираме от твърдението, че едва през деветнадесети век математиците се отказват от субстанциалната реалност на елементите, което е спорно, това е същата теза, която Сократ представя със съня си. Описанието на Курант чрез отношенията и структурата, които елементите изграждат, без самите те да носят свой смисъл, не се отличава от това на Сократ. Сънят на Сократ веднага след определението за знание посочва какво се има предвид под „обяснение на смисъла“, а именно „обяснение“, каквото дава математиката – логическо, чрез анализ и синтез. Обяснение, което представлява сплитане на абстрактни елементи в структури, носещи информация.

Този превод на определението е необходим, защото „търсене на знанието с изброяване (логос)“ не е същото като „търсене на знанието с обяснение на смисъла“. Обясненията, които даваме на естествен език, се отличават от математическия подход и формалния математически език (въпреки, че „формалното“ у Евклид не може да се съпоставя със съвременната формализация в математиката) - и това е основна теза на диалога „Теетет“. Идеите, които имаме, за сферата, за доброто и красивото

не са делими – не са сводими до елементи, те се разбират само „в цялост“. Идеята е цялост.

Идеите и системите

Платоновата концепция за идеите като неделими, заедно с теорията му за познанието като нещо отвъд рационализма и анализа е предшественик на концепции от съвременните точни науки, за философията зад които пишат (Пригожин & Станжер, 1989) . Същинското на идеите и формите е не само това, че са извън времето и са същностите зад несъвършения физически свят – те са също така и *неделими*. Неделимостта е пряко свързана с неуспеха да се разграничи „едното“ от „многоото“ по пътя на теория на множествата (в античния си вариант), породен от методологията на регрес към първоначалата. Примерът, който Платон дава в диалога, е с числата, защото атакува именно описанието на цялото чрез съвкупността на елементите като недостатъчна. Диалогът следва рачешкия ход на диалектиката на Сократ, като използва логоса (търсенето на истината с изброяване), за да победи самия него. Първият етап е предположението, че цялото е просто сума на частите си и съответно делимо, от което трябва да се стигне до противоречие чрез метода на изброяването:

Сократ: Следователно цялото ще се различава от сумата според сегашната теза, така ли?

Теетет: Да.

Сократ: А съвкупността и сумата различават ли се по нещо? Примерно, когато кажем едно, две, три, четири, пет, шест и когато два пъти по три пъти по две или четири и две или три, две и едно, дали във всички тези случаи казваме едно и също или различни неща?

Теетет: Едно и също.

Сократ: Дали нещо друго, а не шест?

Теетет: Не друго.

Сократ: Значи, при всеки израз сме говорили за сумата шест?

Теетет: Да.

Сократ: Нищо ли не казваме отново, като говорим за съвкупността?

Теетет: Непременно казваме нещо.

Сократ: И не нещо друго, а шест, нали?

Теетет: Не нещо друго.

Сократ: Значи поне за нещата, изразявани с числа, това, което, наричаме сума и съвкупност, са тъждествени, така ли?

Теетет: Очевидно (Теетет, 204b-204d, прев. Б. Богданов)

Следва типична междинна част на атаката, в която се дават различни, реални примери, за затвърждаване на убеждението:

Сократ: Нека тогава да представим тези работи по следния начин. Числото, изразяващо плетъра, и плетърът са тъждествени, нали!

Теетет: Да.

Сократ: Същото се отнася и за стадия.

Теетет: Да.

Сократ: А също числото на войската, и войската и всички подобни неща е така, нали? Защото всяко число е равно на сумата от битието на всяко от тях.

Теетет: Да.

Сократ: Но дали числото на всички тези неща е нещо друго, а не неговите части?

Теетет: Не, това е (Теетет, 204d-204e, прев. Б. Богданов).

След тази част се търси съзнателно предизвикване на противоречие, за да се отхвърли тезата (*reductio ad absurdum*):

Сократ: Значи, което има части, може да се каже, че се състои от частите си, така ли?

Теетет: Очевидно.

Сократ: Но вече е прието, че съвкупността е сумата от частите, щом като всяко число ще бъде сума.

Теетет: Така е.

Сократ: Значи цялото се състои от части. Защото, бидейки сума, то би било съвкупността от частите си.

Теетет: Изглежда, че се състои.

Сократ: Но частта, може ли да бъде част от нещо друго, а не от цялото?

Теетет: Може, от сумата (Теетет, 204e, прев. Б. Богданов).

Гениалният момент, в който се дефинира сумата, като завършена (нищо не ѝ липсва):

Сократ: По мъжки се сражаваш, Теетете. Но сумата нали затова е сума, защото не ѝ липсва нищо.

Теетет: Така трябва да е (Теетет, 205, прев. Б. Богданов).

Следва дефиниция за цялото по същата линия (общото между цяло и сума), с което да се подведе Теетет към съгласие:

Сократ: Но нали цяло ще е също това, на което по никакъв начин не му липсва нищо? А на което му липсва, то не е нито цяло, нито сума, доколкото тя също е като цялото и се получава като него.

Теетет: Сега аз мисля, че цялото и сумата не се различават по нищо (Теетет, 205, прев. Б. Богданов).

Това е в противоречие с началното заявление на Теетет, че цялото се различава от сумата, следователно началното му предположение е било невярно?

След като Теетет се е съгласил, че цялото и сумата са тъждествени поради близостта им - това, че не им липсва нищо - т.е. това, което може да се установи чрез метода на изброяването, остава единствено да се задейства рекурсията при решаване на проблема:

Сократ: Не казахме ли, че на това, което има части, цялото и сумата ще представляват съвкупността на всички части?

Теетет: Точно така.

Сократ: Впрочем, не се ли върнахме пак към въпроса, с който се заехме преди малко? Щом като сричката не е равна на буквите, необходимо е те да не са нейни части, или ако тя е тъждествена с тях, да бъде познаваема като тях.

Теетет: Така е (Теетет, 205-205b, прев. Б. Богданов).

Противоречието тук се установи, като се сведе проблемът с числата до проблема със сричките, който е решен преди това в диалога при предишното определение за знание. Така новото определение за знание се свежда до предишното определение за знание. Оказва се, че истинното мнение с изброяване не се различава от истинното мнение.

Така тук се използва рекурсивната процедура на математика срещу самата себе си, ход, който прилича донякъде на употребения от Гьодел в неговата теорема за непълнотата. Самият метод на изброяването (логосът) е употребен, за да се сведе едно определение за знанието до предишно, което е било оборено, но и за да се демонстрират собствените му ограничения – той помага при отхвърляне на неправилни дефиниции, но не и при утвърждаване на дефиниции като правилни.

Последната част на диалога отново се връща към сричките, за да се направи явно преминаването от новото определение към старото, защото изброяването не може да добави разбиране към неделимото.

Идеята зад сричката „Те“ в *Теетет* не може да бъде сведена до анализ чрез свойствата на своите отделни звуци „т“ и „е“. Описаната чрез примери в *Теетет* йерархия, при която елементите и цялото носят напълно различна информация, е в ядрото на съвременното понятие за сложна система във физиката и биологията, и нейните породени свойства (Bar-Yam, 1999). Същинската разлика е в това, че сложните системи са тясно свързани с времето и необратимостта на процесите, докато формите на Платон са като техен скелет, онази *безвременна цялостност*, която не можем да достигнем чрез частите, онези „породени“ свойства на системите като човешкото съзнание, или описанието на душата от Декарт (Декарт, прев. Д. Меламед, 1978). Изследването на познанието, което Платон прави в диалога *Теетет*, е основополагащо за много проблеми на природните науки от Просвещението насам. Математическият подход на Теетет в дадения пример има блестящия успех да се измъкне от капана на

непознаваемото (1), едно развитие на античната геометрия между *Менон* и *Теетет*, отразено и използвано от Платон. В *Менон* примерът с диагонала на квадрата бе пример за границите на познанието, докато тук *Теетет* надскача тези граници, като използва рекурсивната процедура, с която свежда новата задача за ирационалното до предишна, добре известна. Платон дава този пример, именно, за да отговори на предизвикателството на рационалистичния, рекурсивен подход, като го използва срещу самия него, за да докаже, че той не е достатъчен, за да се стигне винаги до познание, тъй като води до безкраен регрес, в търсене на първоначалата. Въпреки това, науката ще тръгне по пътя на *Теетет* в опита да аксиоматизира дори физиката (едно начало, дадено от Исак Нютон) и едва в края на двадесети век ще стигне до сложните системи и сложното поведение, което не може да се обясни от техните части, във физиката, а в биологията – хаос, турбуленция, неравновесна термодинамика, явлението *живот*, както и явлението *интелект, разум*.

Динамичен превод и обратна връзка

Преводът на „*meta logou alêthê doxan*“ като „*истинно мнение с обяснение на смисъла*“ се отклонява от смисъла на определението за познание с изброяване (на английски е преведено като “*judgment with an account*”, което може да се разбира като обяснение, но и като запис, изброяване на неща) и оттам се загубва тезата на Платон. Това е възможно да се случи дори при експерти преводачи, тъй като преводът е динамично взаимодействие с текста. По време на превод на сложен текст даден термин може да се преведе некоректно, като това промени смисъла на текста и така променен, този смисъл да валидира превода на термина. Получава се динамична система с обратна връзка, така няма как да знаете отвътре, че терминът е некоректен. Явлението се дължи на зависимостта на превода на дадена част от текста от останалите негови части. Самият

текст, който бива превеждан, не може да се сведе до първоначала, до отделни части, които да са независими едни от други, точно както Платон твърди в „Теетет“. Текстът е цялост, система, изразяващ една или повече идеи, които са неделими. Значенията на думите и изразите не са самостоятелни, те варират с контекста. Аналитичният подход тук не е достатъчен. В конкретния случай преводът зависи от разбирането на смисъла на съня на Сократ, който директно описва математиците и начинът, по който те изграждат своята теория и извличат своето знание. Да се разбере, че това описание е насочено към тях, налага определено ниво на фоново познание по математика, което само по себе си е достатъчна причина преводът да се отклони на това място.

Заклучение

В *Държавата*, Платон различава четири степени на познанието – предположение, вяра, разсъдък и разбиране (разум) (509d–511e). Геометрията отговаря на третата степен – разсъдъкът, който е дедуктивен и следователно припомняне, свеждането на новото до вече познатото (рекурсивната процедура), търсенето на малко на брой основни положения, от които знанието може да се изведе (да се възпроизведе, да се припомни). Това е, което човекът може да узнае със собствени сили, но то не е всичко. Съществуват понятия, наречени идеи, които не подлежат на рекурсивно свеждане до други понятия, на логоса, на изброяването. Те са част от ноезиса, от знанието, дадено от Доброто ((τὸ αὐτὸ ἀγαθόν). Рационалистичният подход на науката в лицето на математическите процедури за търсене на истината не може да обясни идеите, не е достатъчен за търсене на самото познание. Твърдението, че познатото чрез него е всичко, което може да се познае, е това, което Платон оборва в този диалог, като отговор на постиженията на Теетет и теорията на ирационалните количества, най-високият успех на математическия метод

за времето. Названието на диалога и централната фигура в него – Теетет, не са там, само, за да го почетат, той е представител на определена школа на мислене, която създава математическата наука, и която адаптира определен подход за достигане на познанието, който е противоположен на теорията за идеите на Платон. Успехът на Теетет в свеждането на ирационалното и непознаваемо до рационално и познаваемо се нуждае от отговора на Платон, за да защити своята теория на формите, свързана с Божественото познание, което не е сводимо до първоначала. То може да се *схване* (т.е да се види в цялост), но не и да се *разбере* (в оригиналния смисъл „разглобяване“ на славянската дума, присъстваща и в полски и в руски език).

БЕЛЕЖКИ

1. <https://image.nauka.bg/magazine/Kak-vo-hares-vam-matematikata.pdf>

ЛИТЕРАТУРА

- Гочева, Д. (2019). „Спиралата на Теодор“, или за динамично-диалектичната математика. В: Петков, П., Петров, И., Ссвова, В. & Трифонова, И. (съст.) *Sapere Aude. Сборник в чест на проф. дфн Искра Христова– Шомова*. София: Унив. изд. „Св. Климент Охридски“.
- Декарт, Р. (1978). *Правила за ръководство на ума*. В: Меламед, Д. (прев.). *Избрани философски произведения*. София: Наука и изкуство.
- Евклид. (1972). *Елементи* (Чуканов, В. (прев.)). София: Наука и изкуство.
- Платон. (1982). В: Димитров, П. (прев.). *Диалози – том II*. София: Наука и изкуство.
- Платон. (1982). В: Михайлов, Г. (прев.). *Диалози - том I*. София: Наука и изкуство.

- Платон. (1975). *Държавата*. В: Милев, А. (прев.). *Диалози - том III*.
София: Наука и изкуство.
- Платон. Теетет (1990). *Държавникът и Тимей*. В: Том IV – Теетет
(Богданов, Б. (прев.)); Тимей (Михайлов, Г. (прев.)). София: Наука
и изкуство.
- Поля, Д. (1972). *Как да се решава задача*. София: Народна просвета.
- Пригожин, И. & Станжер, И. (1989). *Новата връзка – метаморфоза на
науката* (Ангелов, С. (прев.)). София: Наука и изкуство.
- Томов, Л. (2020). Религия, наука и атеизъм в Древна Елада. *Венец, 11*, 67-
83.

REFERENCES

- Bar-Yam, Y. (1999). *Dynamics of Complex Systems*. Boca Raton: CRC Press.
- Bostock, D. (1991). *Plato's theaetetus*. Oxford: Clarendon Press.
- Brisson, L. & Ofman, S. (2020). Theodorus' lesson in Plato's Theaetetus
(147d1-d6) revisited: a new perspective. *atXiv: 2008-12513*.
- Burnyeat, M.F. (1978). The philosophical sense of Theaetetus'
mathematics. *Isis*, 69, 489-513.
- Burnyeat, M.F. (2000). Plato on why mathematics is good for the soul. *Proc.
British Acad.*, 103, 1-81.
- Courant, R. & Robbins, H. (1947). *What is mathematics: an elementary
approach to ideas and methods*. Oxford: Oxford University Press.
- Descartes, R. (1961). *Rules for the direction of the mind*. Indianapolis: Bobbs-
Merrill Co.
- Jowett, B. & Burges, G. (2015). *Plato: the complete works*. Bankside: Titan
Read.
- Ofman, S. (2014). Comprendre Les Mathématiques Pour Comprendre Platon -
Théétète (147d-148b). *Rev. Soc. Phil. Sci.*, 1(1), 71-86.
- Pascal, B. (2015). *Of the geometrical spirit*. Oxford: Blackwell's.

Simpson, P.P. (2008). Reasoning with mathematicians: what Theaetetus tells us about forms in Plato's Theaetetus. *Hypnos*, 21, 178-187.

Van der Waerden, B.L. (1961). *Science awakening*. Oxford: Oxford University Press.

✉ Dr. Lachezar P. Tomov
New Bulgarian University
Blvd. Montevideo, P.O. 1618,
Sofia, Bulgaria
E-mail: ptomov@nbu.bg

© 2022 Venets: Author

